**高三数学**

**注意事项：**

**1.答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号.座位号填写在答题卡上.**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后.用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.**

**3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.**

**4.本试卷主要考试内容：高考全部内容.**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】解一元二次不等式化简集合*A*，结合交集的概念即可得解.

【详解】因为或，，所以.

故选：C.

2. 若复数，则（ ）

A. 2 B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据条件，利用复数的运算即可求出结果.

【详解】因为，所以，故，

故选：D.

3. 已知向量，，若，则（ ）

A. 8 B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由平面向量平行的充要条件即可得解.

【详解】因为，所以，所以.

故选：B.

4. 已知，，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】引入中间量，利用函数的单调性，进行大小的比较.

【详解】因为，，，所以.

故选：A

5. 抛物线的焦点为*F*，*M*是抛物线上的点，为坐标原点，若的外接圆与抛物线的准线相切，且该圆的面积为，则（ ）

A. 4 B. 8 C. 6 D. 10

【答案】B

【解析】

【分析】综合应用三角形外接圆的性质和抛物线的性质即得答案.

【详解】因为的外接圆与抛物线的准线相切，

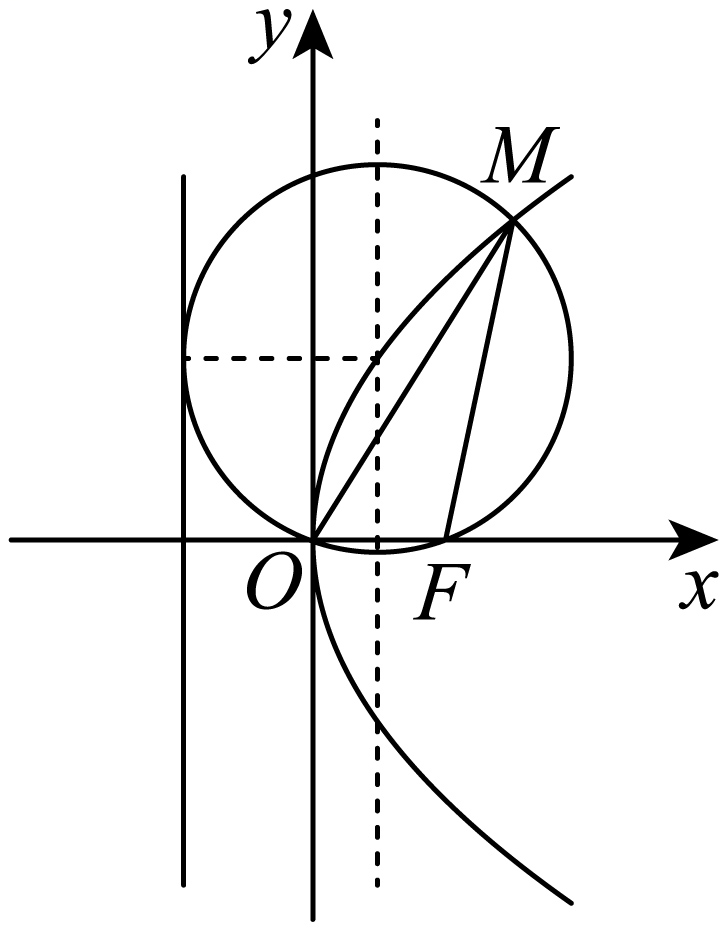
所以外接圆的圆心到准线的距离等于圆的半径.

因为圆的面积为，所以圆的半径为6，

又因为圆心在的垂直平分线上，，

所以外接圆的圆心到准线的距离，可得.

故选：B.



6. 已知函数，要得到函数的图象，只需将的图象（ ）

A. 向左平移个单位长度 B. 向左平移个单位长度

C. 向右平移个单位长度 D. 向右平移个单位长度

【答案】D

【解析】

【分析】先把，的解析式都化成或的形式，再用图象的平移解决问题.

详解】，

，

故将的图象向右平移个单位长度可得，即为的图象.

故选：C

7. 已知是边长为8的正三角形，是的中点，沿将折起使得二面角为，则三棱锥外接球的表面积为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据给定条件，结合球的截面圆性质确定球心位置，再求出球半径即得.

【详解】在三棱锥中，平面，

由二面角为，，得是正三角形，令其外接圆圆心为，

则，令三棱锥外接球的球心为，球半径为，

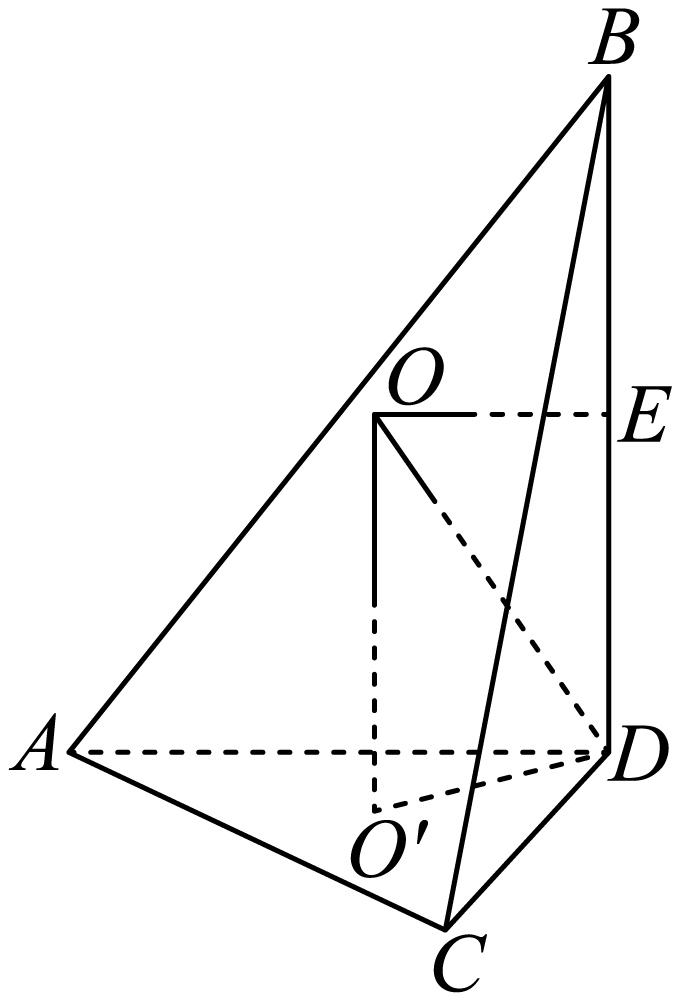
则平面，即有，显然球心在线段的中垂面上，令线段的中垂面交于，

则，显然，于是，四边形是平行四边形，且是矩形，

而，因此，

所以三棱锥外接球的表面积.

故选：C



8. 在数列中，，且，当时，，则实数的取值范围为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】先根据递推关系得到，把条件转化为，从而可得答案.

【详解】因为，，所以，且当时，，

所以，所以，

所以.

因为，

所以，所以，故.

故选：A.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全都选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 《黄帝内经》中的十二时辰养生法认为：子时（23点到次日凌晨1点）的睡眠对一天至关重要.相关数据表明，入睡时间越晚，沉睡时间越少，睡眠指数也就越低.根据某次的抽样数据，对早睡群体和晚睡群体的睡眠指数各取10个.如下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 编号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 早睡群体睡眠指数 | 65 | 68 | 75 | 85 | 85 | 85 | 88 | 92 | 92 | 95 |
| 晚睡群体睡眠指数 | 35 | 40 | 55 | 55 | 55 | 66 | 68 | 74 | 82 | 90 |

根据样本数据，下列说法正确的是（ ）

A. 早睡群体的睡眠指数一定比晚睡群体的睡眠指数高

B. 早睡群体的睡眠指数的众数为85

C. 晚睡群体的睡眠指数的第60百分位数为66

D. 早睡群体的睡眠指数的方差比晚睡群体的睡眠指数的方差小

【答案】BD

【解析】

【分析】由样本数据可判断A；样本数据的集中程度可判断D；由众数的概念可判断B；由百分位数的概念可判断C.

【详解】因为早睡群体的睡眠指数不一定比晚睡群体的睡眠指数高，所以A错误；

因为早睡群体的睡眠指数的10个样本数据中85出现次数最多，所以B正确；

因为晚睡群体的睡眠指数的第60百分位数为，所以C错误；

由样本数据可知，早睡群体的睡眠指数相对比较稳定，所以方差小，故D正确.

故选：BD.

10. 下列结论正确的是（ ）

A. 若，则

B. 若，则的最小值为2

C. 若，则的最大值为2

D. 若，则

【答案】AD

【解析】

【分析】利用作差法比较大小判断A，利用基本（均值）不等式判断BCD，要注意“一正二定三相等”.

【详解】因为，所以，

因为，所以，所以，故A正确；

因为的等号成立条件不成立，所以B错误；

因为，所以，故C错误；

因为，

当且仅当，即时，等号成立，所以D正确.

故选：AD

11. 已知点，，动点在圆：上，则（ ）

A. 直线截圆所得的弦长为

B. 的面积的最大值为15

C. 满足到直线的距离为的点位置共有3个

D. 的取值范围为

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据点到直线的距离公式，结合勾股定理即可求解弦长判断A，根据三角形的面积公式，结合圆的性质即可求解B，根据圆上的点到直线的距离的范围，即可求解C，根据向量的数量积的运算量，结合坐标运算即可求解D.

【详解】对于A，因为，，所以直线的方程为，圆心到直线的距离为，又因为圆的半径，

所以直线截圆所得的弦长为，A错误．

对于B，易知，要想的面积最大，只需点到直线的距离最大，而点到直线的距离的最大值为，

所以的面积的最大值为，B正确．

对于C，当点在直线上方时，点到直线的距离的范围是，即，由对称性可知，此时满足到直线的距离为的点位置有2个．

当点在直线下方时，点到直线的距离的范围是，即，此时满足到直线的距离为的点位置只有1个．

综上所述，满足到直线的距离为的点位置共有3个，C正确．

对于D，由题意知．

又因为，，，所以，，

故，．

设点满足，

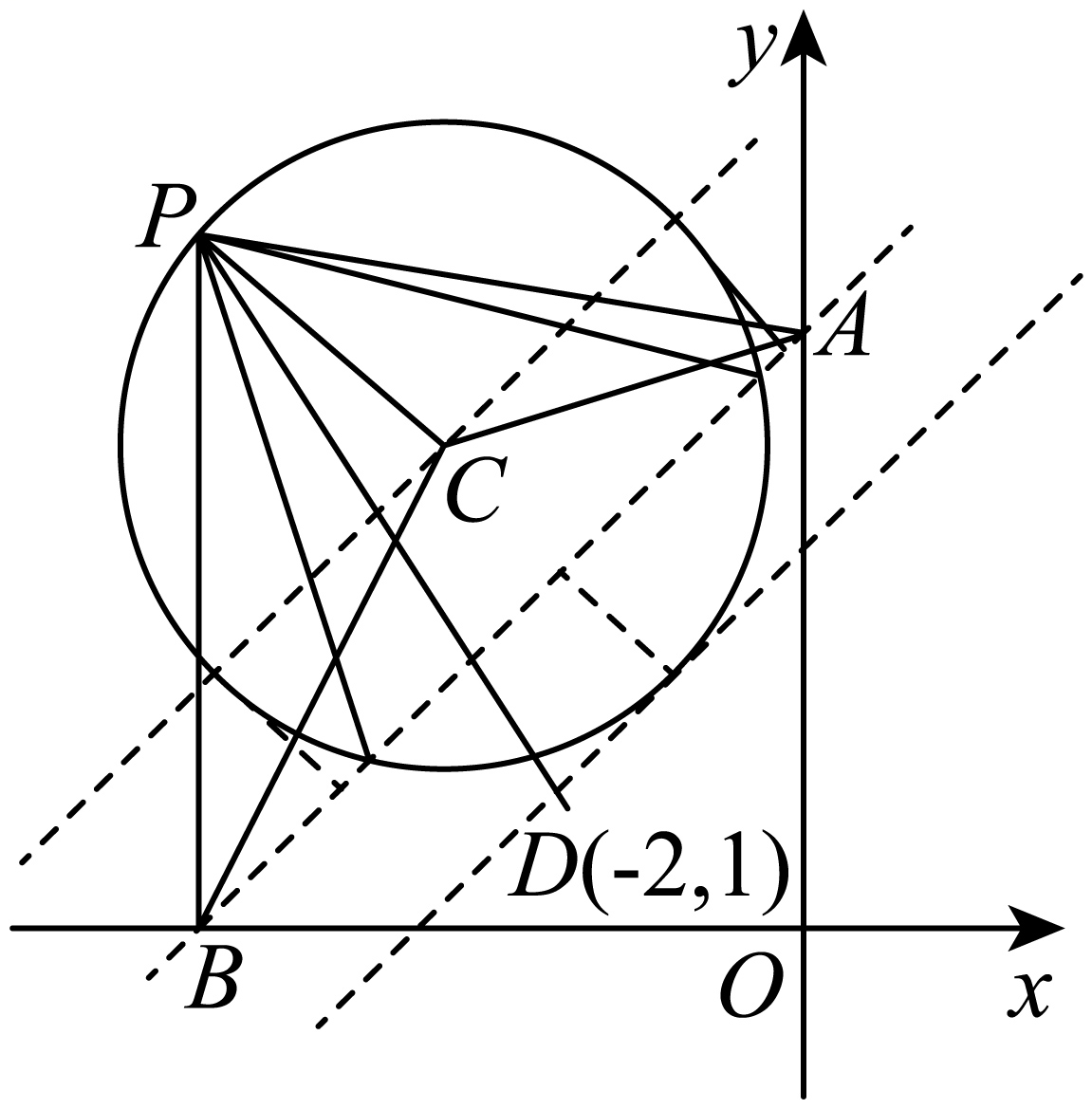
则，故解得即，．

所以．

又因为，

所以，即的取值范围为，，D正确．

故选：BCD



12. 已知定义在上的函数满足，且是奇函数.则（ ）

A.  B. 

C. 是与的等差中项 D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】由，可推出的周期为4，由是奇函数可推出，通过赋值及函数的周期性可逐个判断各个选项.

【详解】因为，

所以，

两式相减得，

所以的周期为4.

因为是奇函数，

所以，所以，

即，

令，得.

因为，

令，得，

所以，即.

因为，

令，得，

所以，

所以，

所以，故A正确.

因为，

所以，即，所以.

因为，，所以B错误.

因为，，

所以，

所以是与的等差中项，故C正确.

因为，

所以，故D正确.

故选：ACD

【点睛】关键点睛：本题的关键是通过其奇偶性得到其周期性，再结合等差中项的含义以及赋值法一一分析选项即可.

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 若函数的图象在点处的切线平行于轴，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】求出函数的导数，根据导数的几何意义，即可求得答案.

【详解】由题意得，

由函数的图象在点处的切线平行于轴，

可得，得，

故答案为：-2

14. 某美食套餐中，除必选菜品以外，另有四款凉菜及四款饮品可供选择，其中凉菜可四选二，不可同款，饮品选择两杯，可以同款，则该套餐的供餐方案共有\_\_\_\_\_\_\_\_\_种.

【答案】60

【解析】

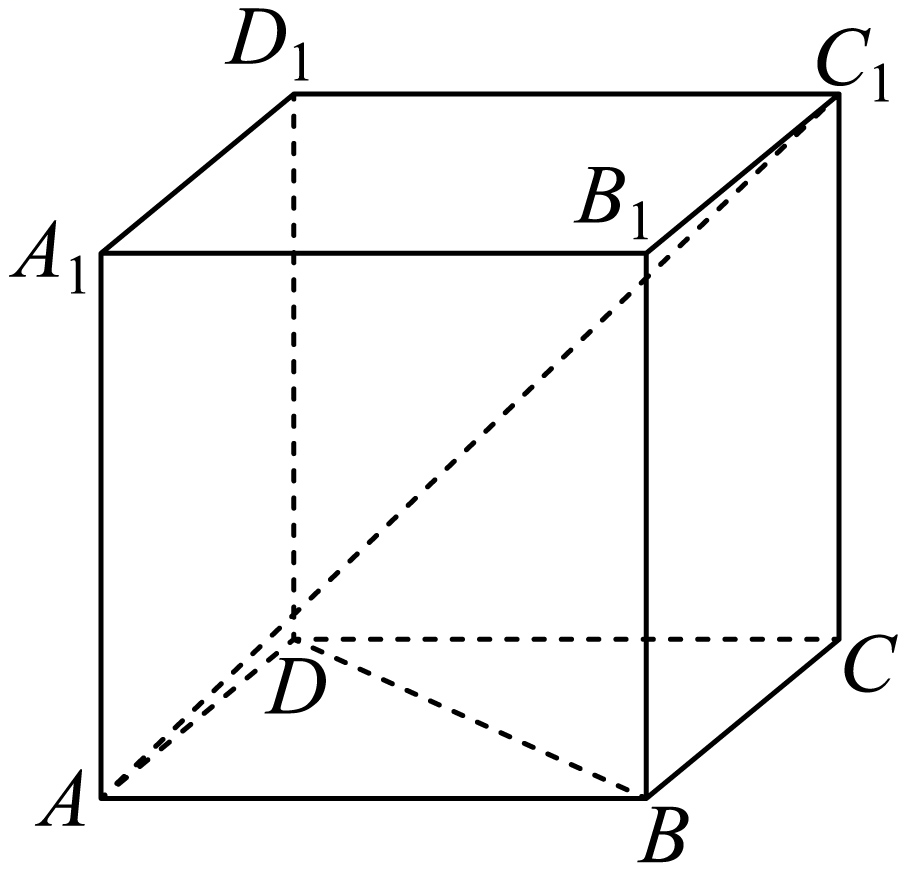
【分析】先选菜品，再选饮品，结合分步计数原理可得答案.

【详解】由题意可知凉菜选择方案共有种，饮品选择方案共有种，

因此该套餐的供餐方案共有种.

故答案为：60

15. 如图，在长方体中，，，异面直线与所成角的余弦值为，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



【答案】

【解析】

【分析】利用直线的平移，把两条异面直线所成的角转化为平面角，再解三角形求角.

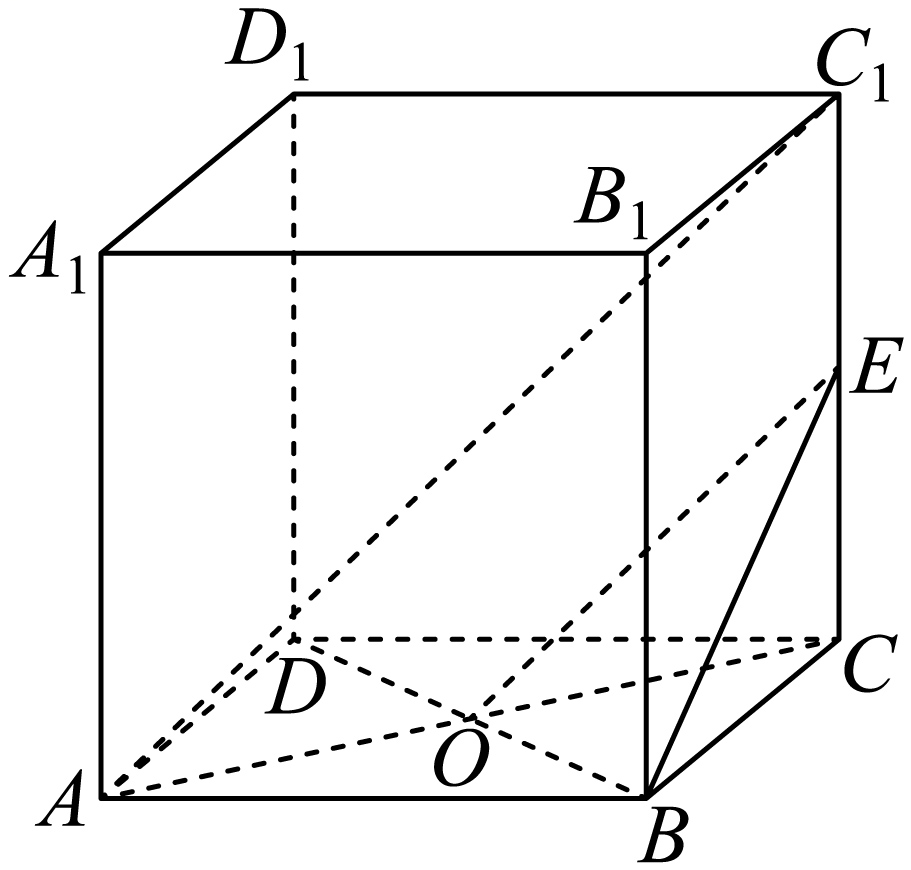
【详解】连接，交于点，取的中点，连接，.

因为，所以与所成的角为（或其补角）.

令，在中，由，，得.

又，，，

由余弦定理得，解得，所以.



故答案为：

16. 法国数学家加斯帕·蒙日被称为“画法几何创始人”“微分几何之父”.他发现椭圆的两条互相垂直的切线的交点的轨迹是以该椭圆的中心为圆心的圆，这个圆被称为该椭圆的蒙日圆.若椭圆的蒙日圆为，则的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】##0.5

【解析】

【分析】根据蒙日圆的定义得出点一定在其蒙日圆上，从而可得离心率.

【详解】由题意可知点一定在其蒙日圆上，所以，

所以，故椭圆的离心率为.

故答案为：

**四、解答题:本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 已知数列的前项和满足.

（1）求的通项公式；

（2）设，求数列的前项和.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）根据条件，利用与间的关系，得到，从而得出数列为等比数列，即可求出结果；

（2）由（1）得出，从而得出，再利用裂项相消法即可求出结果.

【小问1详解】

因为，所以当时，，

当时，，两式相减得，又，

所以数列是以为首项，为公比的等比数列，

则.

【小问2详解】

因为，

所以，

所以.

18. 已知某公司生产的风干牛肉干是按包销售的，每包牛肉干的质量（单位：g）服从正态分布，且.

（1）若从公司销售的牛肉干中随机选取3包，求这3包中恰有2包质量不小于的概率；

（2）若从公司销售的牛肉干中随机选取（为正整数）包，记质量在内的包数为，且，求的最小值.

【答案】（1）

（2）2001

【解析】

【分析】（1）根据正态分布的性质求出的值，再结合二项分布的概率计算，即可得答案；

（2）根据正态分布的对称性求出的值，确定，结合正态分布的方差公式，列出不等式，即可求得答案.

【小问1详解】

由题意知每包牛肉干的质量（单位：g）服从正态分布，且，

所以，

则这3包中恰有2包质量不小于248g的概率为.

【小问2详解】

因为，所以，

依题意可得，所以，

因为，所以，

又为正整数，所以的最小值为2001.

19. 在中，内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，，.

（1）求角*A*；

（2）作角*A*的平分线与交于点，且，求.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）由正弦定理边角互化，化简后利用正切值求角即得；

（2）充分利用三角形的角平分线将三角形面积进行分割化简得，再运用余弦定理解方程即得.

【小问1详解】

因，由正弦定理可得：，

即.

因，故，则有，即，

因，故.

【小问2详解】

因为为角平分线，所以，

所以.

因，，，则，

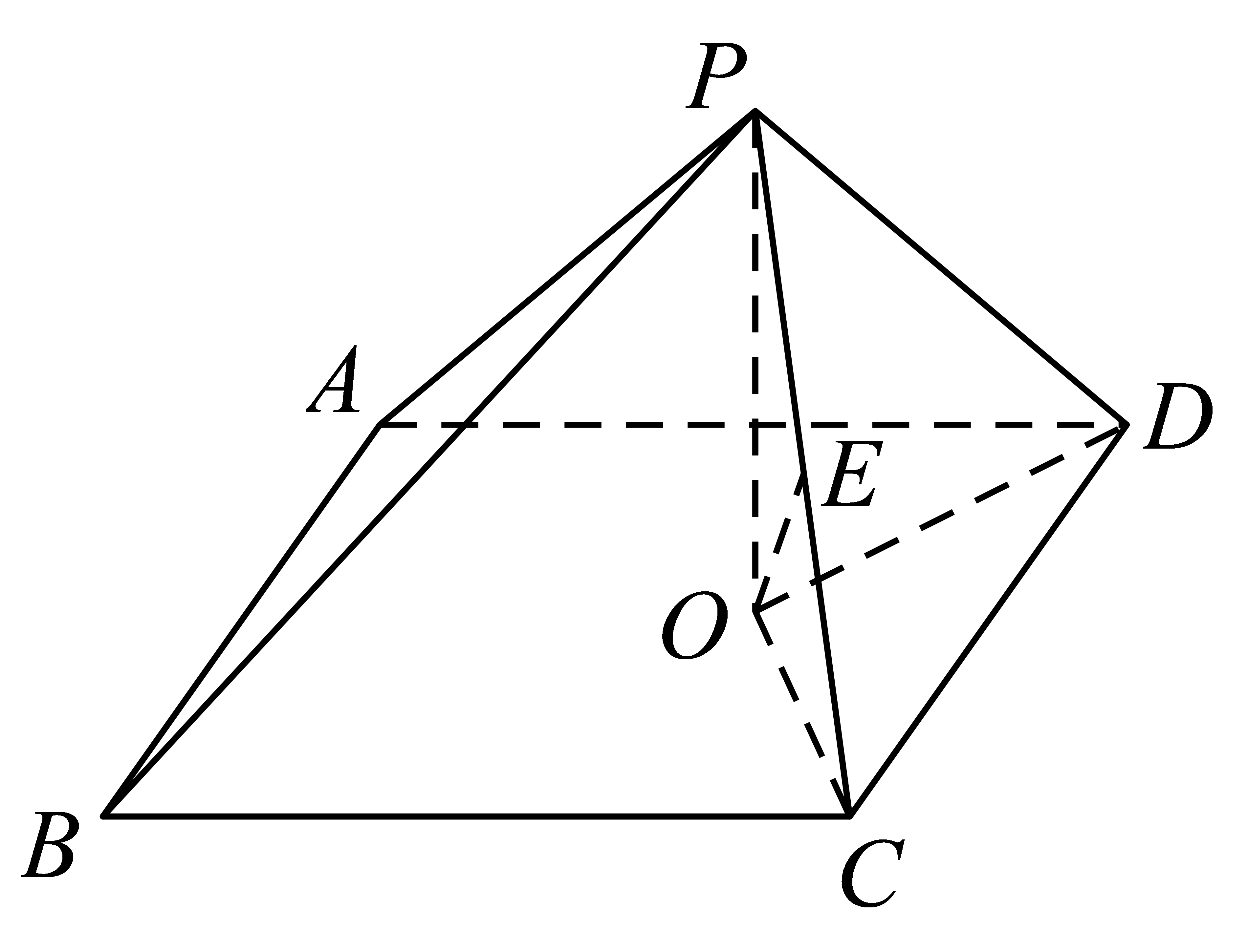
即，所以.

又由余弦定理可得：，

把，分别代入化简得：，

解得：或（舍去），所以.

20. 如图，在四棱锥中，底面为矩形，平面，垂足为，为的中点，平面．



（1）证明：；

（2）若，，与平面所成的角为60°，求平面与平面夹角的余弦值．

【答案】（1）证明见解析

（2）．

【解析】

【分析】（1）根据线线平行可得面面平行，进而根据面面平行的性质可得，线线垂直可求证线面垂直，进而根据线面垂直的性质即可求证，

（2）建立空间直角坐标系，利用法向量的夹角即可求解.

【小问1详解】

证明：取的中点，连接，，，因为为的中点，所以．

又平面，平面，所以平面．

因为平面，，平面，

所以平面平面．

因为平面平面，平面平面，所以．

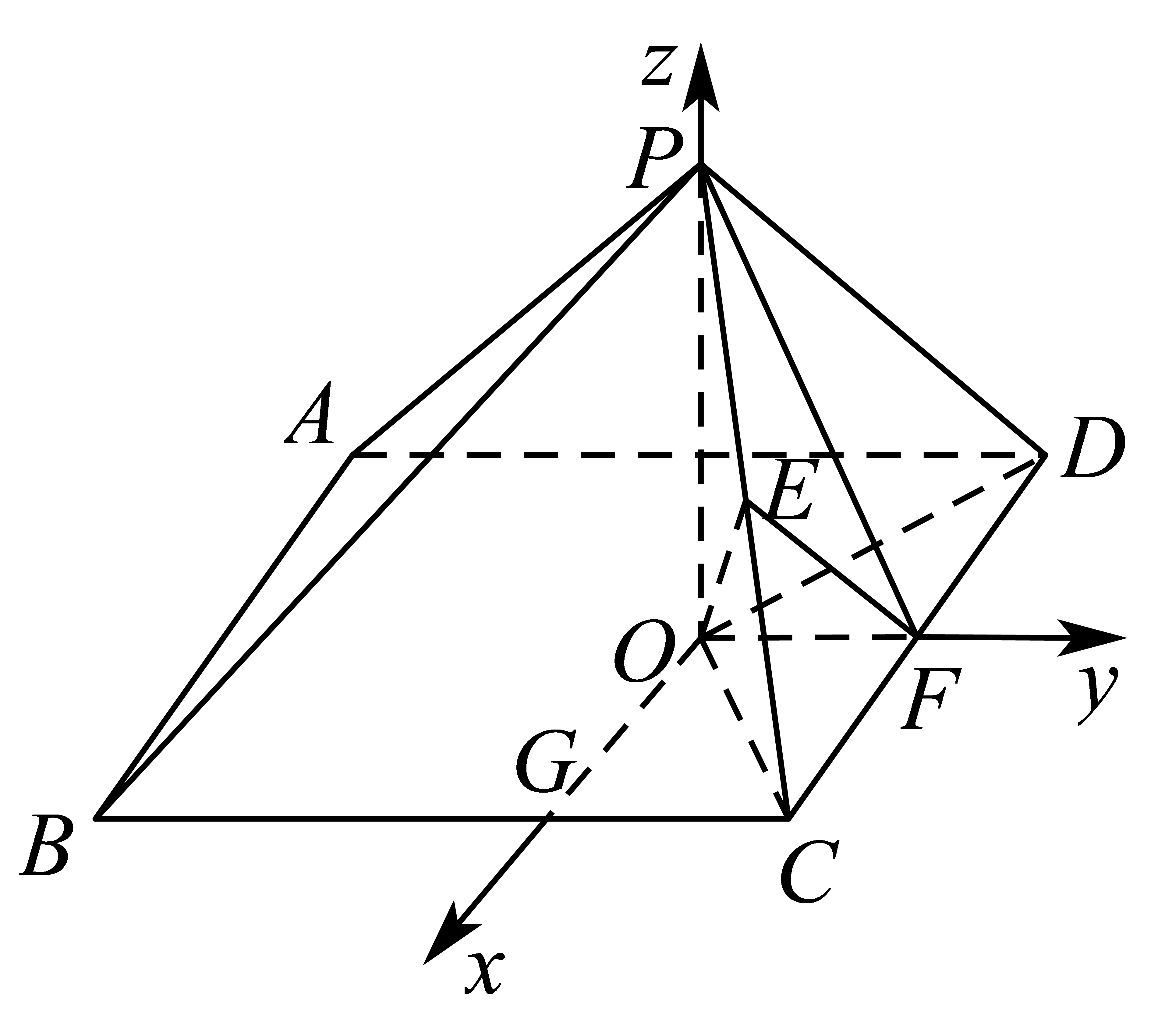
因为，所以．

由平面，平面，可得．

又，平面,所以平面，平面,

从而．

因为是的中垂线，所以．

【小问2详解】

因为平面，所以与平面所成的角为，

又，,，所以．

作，垂足为，分别以，，的方向为，，轴的正方向，

建立如图所示的空间直角坐标系，则，，，，

，，．

设平面的法向量为，

则令，得．

设平面的法向量为，

则令，得．

所以，即平面与平面夹角的余弦值为．

21. 已知双曲线的离心率为，且其焦点到渐近线的距离为1.

（1）求的方程；

（2）若动直线与恰有1个公共点，且与的两条渐近线分别交于两点，为坐标原点，证明：的面积为定值.

【答案】（1）

（2）证明见解析

【解析】

【分析】（1）由点到直线的距离公式、离心率公式以及平方关系再结合已知即可求解.

（2）当直线的斜率存在时，不妨设，且.动直线与相切可得即，再由弦长公式、点到直线的距离公式表示出三角形面积，结合即可得解.

【小问1详解】

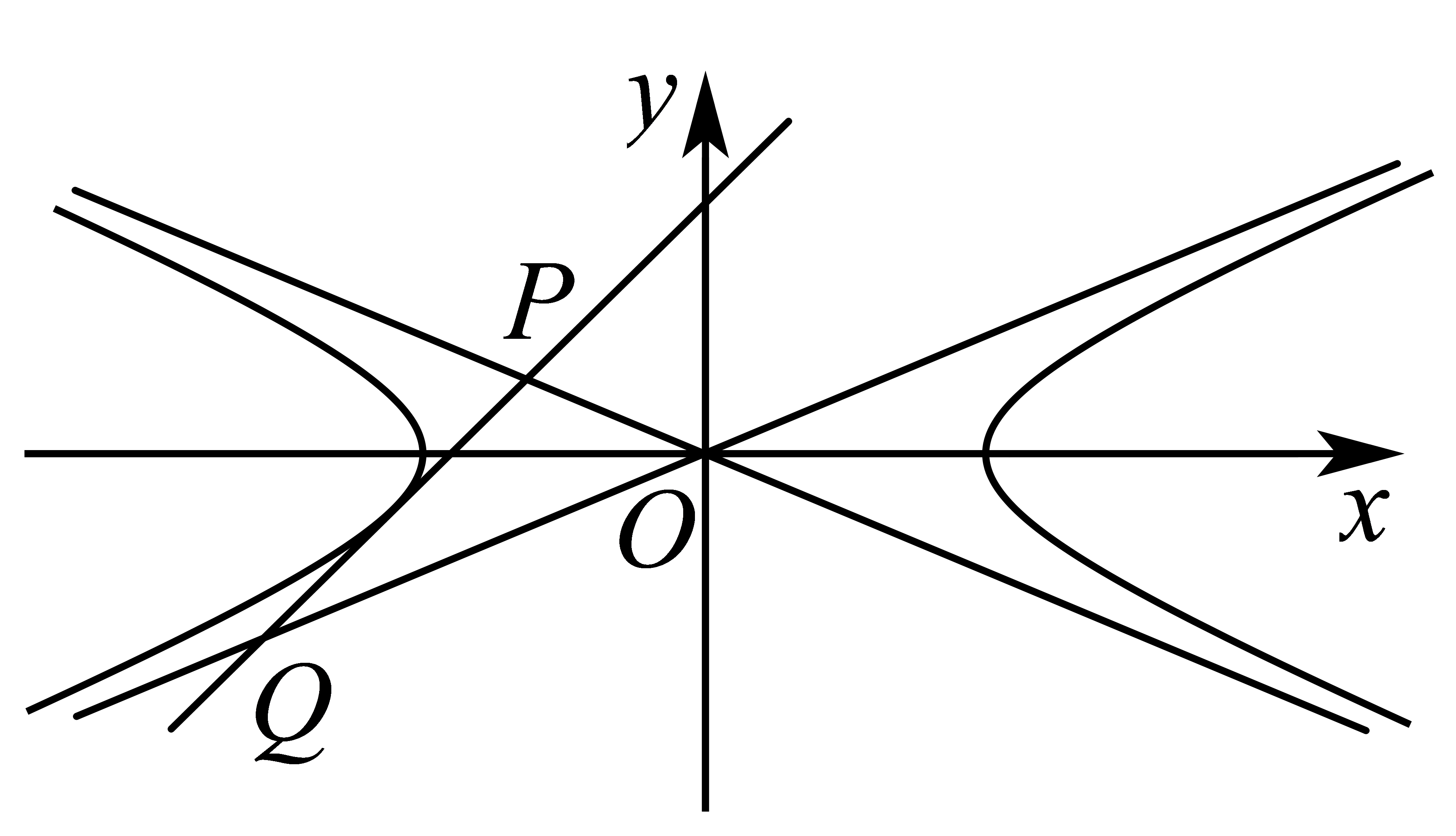
设右焦点为，一条渐近线方程为，

所以该焦点到渐近线的距离为.

因为，所以.

故的方程为.

【小问2详解】



当直线的斜率不存在时，的方程为，此时.

当直线的斜率存在时，不妨设，且.

联立方程组得.

由，得.

联立方程组，得.

不妨设与的交点分别为，则.

同理可求，所以.

因为原点到的距离，所以.

因为，所以.

故的面积为定值，定值为.

22. 已知函数，.

（1）讨论的单调性.

（2）是否存在两个正整数，，使得当时，？若存在，求出所有满足条件的，的值；若不存在，请说明理由.

【答案】（1）答案见解析

（2），

【解析】

【分析】（1）求得，分 ，讨论的单调性.

（2）将问题转化为，根据的值域确定，分别就分析是否满足题意.

【小问1详解】

，

当时，，在上单调递减.

当时，令，得.

，，则在上单调递增，

，，则在上单调递减.

【小问2详解】

由（1）知，令，得在上单调递增，在上单调递减，则.

因为，所以，即，

即，

因为，为正整数，所以.

当时，，

因为，，所以，这与矛盾，不符合题意.

当时，因，，所以，

所以，得，即.

经检验，当，时，不符合题意，

当，时，符合题意，

当，时，因为，所以，

当时，，，

所以.

综上，仅存，满足条件.

【点睛】关键点睛：本题关键点在于根据的值域确定的范围，再根据为正整数得，从而就的取值讨论即可.